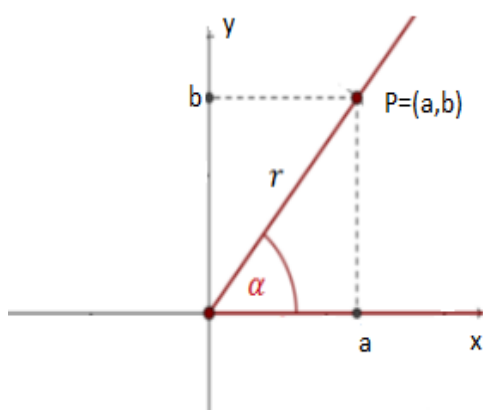


## Klasa 1E – matematyka- 13.03.2020

### Temat: Funkcje trygonometryczne kąta rozwartego.

Kąt rozwarty to kąt  $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$

Zaznaczamy w układzie współrzędnych kąt  $\alpha$ . Końcowe ramię kąta  $\alpha$  wyznacza punkt  $P = (a, b)$ , początkowe ramię pokrywa się z osią x.



$r$  - promień wodzący

$$r^2 = a^2 + b^2$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$r > 0$$

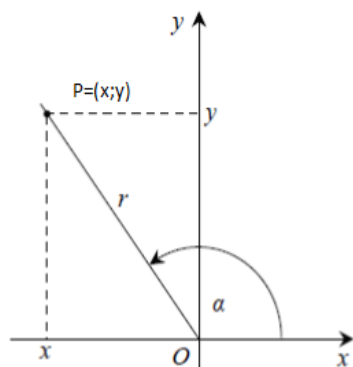
$$\sin \alpha = \frac{b}{r}$$

$$\cos \alpha = \frac{a}{r}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a}, \quad a \neq 0$$

Dla kąta rozwartego:

### Definicje funkcji trygonometrycznych



$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}, \quad \text{gdzy } x \neq 0$$

gdzie  $r = \sqrt{x^2 + y^2} > 0$  jest

promieniem wodzącym punktu P

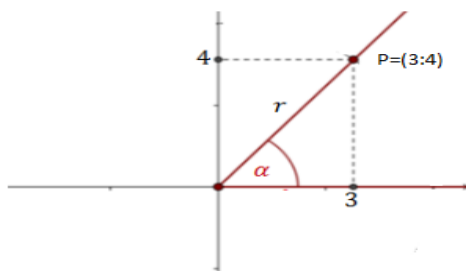
**Definicja funkcji trygonometrycznych niezależnie od wielkości kąta jest taka sama.**

Przykład 1.

Obliczanie funkcji trygonometrycznych zaznaczonych kątem  $P=(3;4)$  kąt  $\alpha < 90^\circ$

Rozwiązanie:

Wykonujemy rysunek do zadania:



Obliczamy długość  $r$ :

$$\begin{aligned}r^2 &= 3^2 + 4^2 \\r^2 &= 9 + 16 \\r^2 &= 25 \\r &= 5\end{aligned}$$

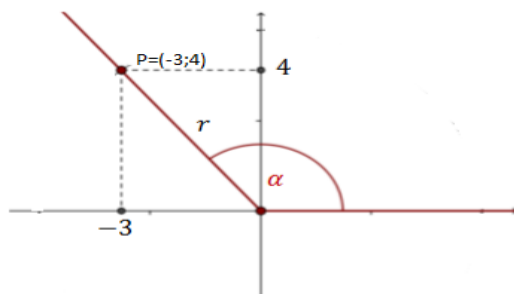
Obliczamy wartości funkcji trygonometrycznych:

$$\begin{aligned}\sin \alpha &= \frac{4}{5} & \cos \alpha &= \frac{3}{5} \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{4}{3}\end{aligned}$$

b)  $P=(3;4)$  kąt  $\alpha > 90^\circ$

Rozwiązanie:

Wykonujemy rysunek do zadania:



Obliczamy długość  $r$ :

$$\begin{aligned}r^2 &= 9 + 16 \\r^2 &= 25 \\r &= 5\end{aligned}$$

Obliczamy wartości funkcji trygonometrycznych:

$$\sin \alpha = \frac{4}{5}$$

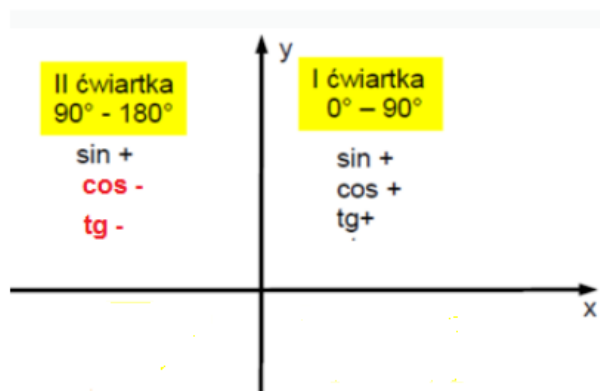
$$\cos \alpha = \frac{-3}{5} = -\frac{3}{5}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$$

Jak widać na powyższych przykładach funkcje trygonometryczne mogą przyjmować również wartości ujemne.

W zależności od ćwiartki układu współrzędnych można przypisać każdej funkcji trygonometrycznej konkretny znak.

*W pierwszej ćwiartce wszystkie są dodatnie,  
w drugiej tylko sinus.*



Znając kąt, wiemy czy leży w I czy II ćwiartce układu współrzędnych, więc można ustalić znak każdej z funkcji trygonometrycznych.

np.

1.  $\sin 150^\circ$  jest dodatni, ponieważ kąt  $150^\circ$  leży w drugiej ćwiartce.
2. wartości funkcji  $\cos 150^\circ$  i  $\operatorname{tg} 150^\circ$  są ujemne, ponieważ kąt  $150^\circ$  leży w drugiej ćwiartce.

Rozwiąż zadania:

Zad. 9.3/184

Zad. 9.5/184

pozdrawiam K. Pawłowska