

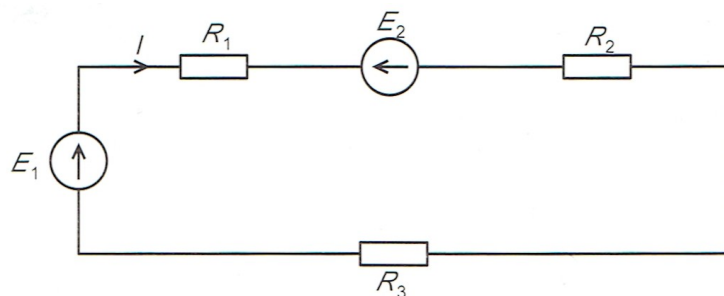
Lekcja 64 i 65

Temat: Obliczanie obwodów nierozgałęzionych i rozgałęzionych prądu stałego.

1. Analiza i obliczanie obwodów nierozgałęzionych i rozgałęzionych prądu stałego opiera się na 3 podstawowych prawach: Ohma i Kirchhoffa.

PAMIĘTAJ!!! Najważniejszą czynnością podczas analizy każdego obwodu jest prawidłowe strzałkowanie, czyli oznaczanie strzałkami kierunków przepływu prądów oraz spadków napięć na elementach odbiorczych.

2. Rozwiązywanie obwodów nierozgałęzionych metodami prawa Ohma i drugiego prawa Kirchhoffa.

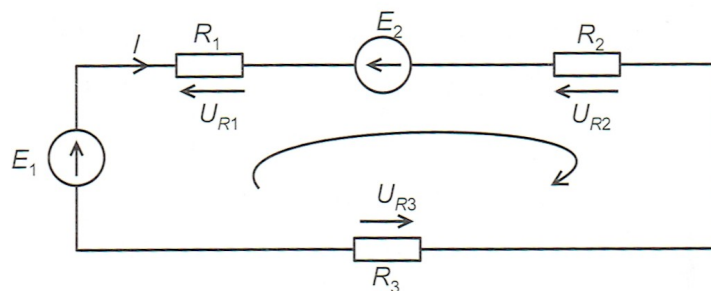


W obwodzie nierozgałęzionym jak wyżej, przez wszystkie elementy przepływa ten sam prąd elektryczny.

Pierwszym krokiem analizy tego układu jest określenie kierunku obiegu oczka, który przyjmujemy jako zgodny z ruchem wskazówek zegara.

Następnie zaznaczamy zwroty i kierunki przepływu prądu oraz spadków napięć na elementach odbiorczych.

W rezultacie uzyskamy :



Teraz, bazując na II prawie Kirchhoffa możemy zapisać bilans napięć w układzie:

$$E_1 - U_{R1} - E_2 - U_{R2} - U_{R3} = 0$$

co po przekształceniu da nam:

$$E_1 - E_2 = U_{R1} + U_{R2} + U_{R3}$$

Zgodnie z prawem Ohma:

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I * R$$

Możemy zapisać:

$$U_{R_1} = I * R_1$$

$$U_{R_2} = I * R_2$$

$$U_{R_3} = I * R_3$$

Po podstawieniu do wzoru na bilans napięć otrzymamy:

$$E_1 - E_2 = I * R_1 + I * R_2 + I * R_3$$

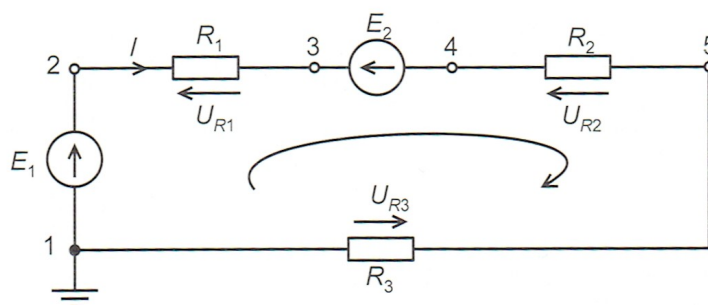
$$E_1 - E_2 = I * (R_1 + R_2 + R_3)$$

Na podstawie przekształconego wzoru na bilans napięć, dzieląc obustronnie równanie przez sumę rezystorów, łatwo możemy wyliczyć wartość płynącego przez układ prądu:

$$E_1 - E_2 = I * (R_1 + R_2 + R_3) \quad / \quad \frac{1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

2. Rozwiązywanie obwodów nierozgałęzionych metodą potencjałów



W tej metodzie, wybieramy jeden węzeł i go uziemiamy, czyli nadajemy mu potencjał równy zero.

Następnie numerujemy kolejne „zaciski” wszystkich elementów źródłowych i odbiorczych w obwodzie, tak jak na schemacie powyżej.

Na tej podstawie możemy określić potencjały:

a) od punktu 1 do punktu 2 wzrasta od 0 do E_1 :

$$V_1 = 0$$

$$V_2 = V_1 + E_1$$

$$V_2 = E_1$$

b) od punktu 2 do punktu 3 występuje spadek napięcia:

$$U_{R_1} = I * R_1$$

$$V_3 = V_2 - U_{R1}$$

$$V_3 = V_2 - I * R_1$$

c) od punktu 3 do punktu 4 potencjał zmniejszy się o wartość E_2 :

$$V_4 = V_3 - E_2$$

d) od punktu 4 do punktu 5 występuje spadek napięcia U_{R2} :

$$V_5 = V_4 - U_{R2}$$

$$V_5 = V_4 - I * R_2$$

e) od punktu 5 do punktu 1 występuje spadek napięcia U_{R3} :

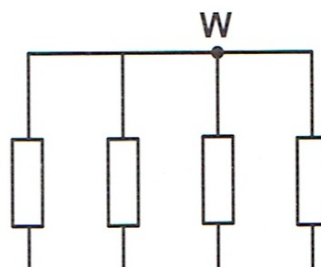
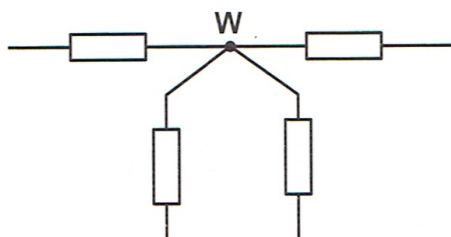
$$V_1 = V_5 - U_{R3}$$

$$V_1 = V_5 - I * R_3$$

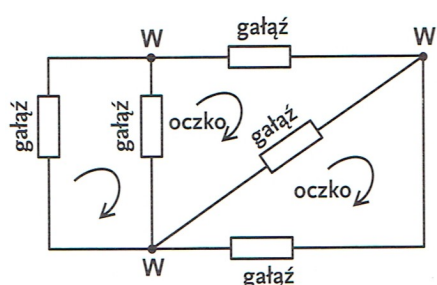
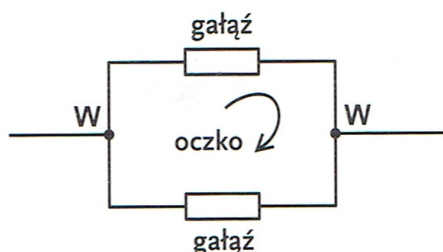
gdzie $V_1 = 0$.

3. Obwód rozgałęziony to obwód, w którym prąd elektryczny ma więcej niż jedną drogę przepływu. Zbudowany jest z gałęzi (odcinków, w którym prąd nie zmienia swojej wartości) oraz węzłów (punktów łączących ze sobą co najmniej 3 gałęzie).

a) Węzeł:



b) Gałęzie:

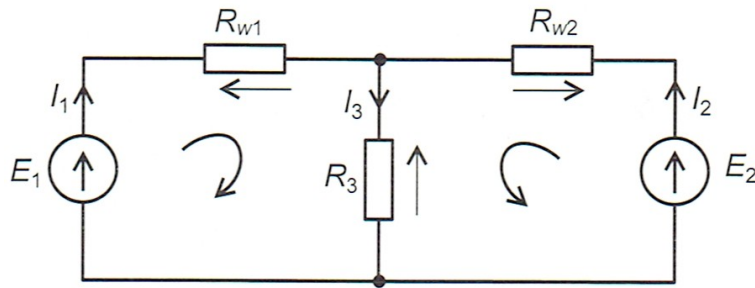


4. Rozwiązywanie obwodów rozgałęzionych metodą praw Kirchhoffa

Obwód zaprezentowany na schemacie poniżej składa się z 3 gałęzi, 2 węzłów i 2 oczek.

W pierwszej kolejności należy oznaczyć kierunki przepływów prądów oraz spadki napięć na elementach odbiorczych.

Kierunek obiegu w poszczególnych oczkach określamy na podstawie źródeł napięć.



Z I prawa Kirchhoffa wyznaczamy bilans prądów w górnym węźle:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$I_1 = I_3 - I_2$$

Z II prawa Kirchhoffa wyznaczamy bilans napięć w pierwszym oczku:

$$E_1 - U_{R_{W1}} - U_{R_3} = 0$$

$$E_1 = U_{R_{W1}} + U_{R_3}$$

Korzystając z prawa Ohma możemy zapisać:

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I * R$$

$$U_{R_{W1}} = I * R_{W1}$$

$$U_{R_3} = I_3 * R_3$$

$$E_1 = I_1 * R_{W1} + I_3 * R_3$$

Natomiast w drugim oczku mamy analogicznie:

$$E_2 - U_{R_{W2}} - U_{R_3} = 0$$

$$E_2 = U_{R_{W2}} + U_{R_3}$$

Z prawa Ohma możemy wyznaczyć napięcia:

$$U_{R_{W2}} = I_2 * R_{W2}$$

$$U_{R_3} = I_3 * R_3$$

Co po podstawieniu do wzoru na bilans napięć ukształtuje nam ostatecznie wzór w postaci:

$$E_2 = I_2 * R_{W2} + I_3 * R_3$$

W dalszych obliczeniach możemy również uwzględnić zależności prądów wynikających z I prawa Kirchhoffa:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

Co z kolei pozwala nam wyliczyć dowolną wartość prądu:

$$I_1 = I_3 - I_2$$

lub:

$$I_2 = I_3 - I_1$$

lub:

$$I_3 = I_1 + I_2$$

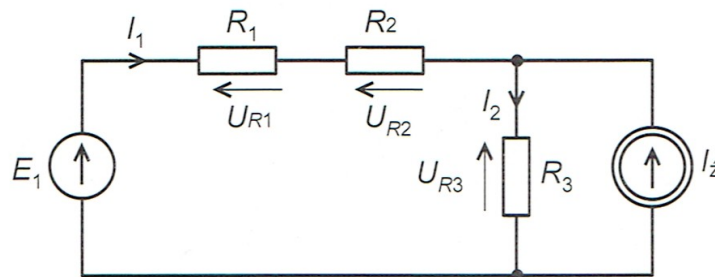
i podstawić do wzoru na bilans, np.:

$$E_2 = I_2 * R_{W2} + (I_1 + I_2) * R_3$$

5. Zasada superpozycji jest wykorzystywana do obliczeń obwodów z kilkoma źródłami napięciowymi i prądowymi. Polega ona na rozpatrzeniu analizowanego obwodu jako dwóch obwodów: jeden ze źródłami napięciowymi, a drugi ze źródłami prądowymi. W tych uproszczonych obwodach musimy przyjąć zasadę: w miejscu źródeł napięciowych zwieramy obwód, a w miejscu źródeł prądowych rozwieramy obwód.

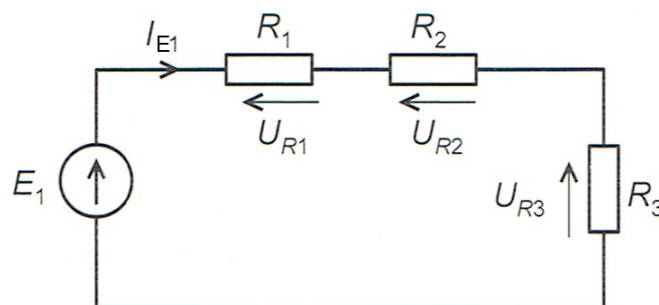
W takiej analizie prąd w gałęziach obwodu głównego obliczamy jako sumę algebraiczną prądów składowych pochodzących od źródła napięciowego i prądowego.

6. Obliczanie obwodów rozgałęzionych metodą superpozycji



Analizując układ jak na schemacie powyższym metodą superpozycji, musimy go „rozbić” na dwa obwody obliczeniowe.

Pierwszy obwód obliczeniowy tworzymy zastępując źródło prądowe rozwarciem, co nam da obwód zastępczy jak niżej:



Z prawa Ohma możemy wyliczyć wartość prądu płynącego w obwodzie:

$$I = \frac{U}{R}$$

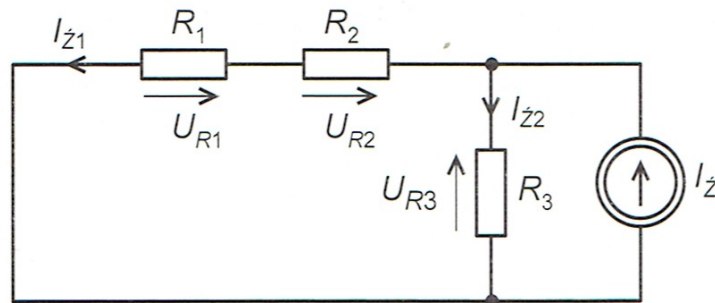
Przyjmując, że:

$$U = E_1 \quad \text{i} \quad R = R_1 + R_2 + R_3$$

możemy zapisać:

$$I_{E1} = \frac{E_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Drugi obwód obliczeniowy tworzymy zastępując źródło napięcia zwarcie:



Korzystając z I prawa Kirchhoffa wyznaczamy bilans prądów:

$$I_z - I_{z1} - I_{z2} = 0$$

który po przekształceniu przyjmie postać:

$$I_z = I_{z1} + I_{z2}$$

Z II prawa Kirchhoffa (przyjmując obieg oczkowy zgodny z ruchem wskazówek zegara) wyznaczamy bilans napięć:

$$U_{R1} + U_{R2} - U_{R3} = 0$$

Korzystając z prawa Ohma:

$$I = \frac{U}{R} \quad \Rightarrow \quad U = I * R$$

możemy zapisać:

$$U_{R1} = I_{z1} * R_1$$

$$U_{R2} = I_{z1} * R_2$$

$$U_{R3} = I_{z2} * R_3$$

Co z kolei możemy podstawić do naszego bilansu napięć:

$$I_{\dot{z}1} * R_1 + I_{\dot{z}1} * R_2 - I_{\dot{z}2} * R_3 = 0$$

i odpowiednio przekształcić:

$$I_{\dot{z}2} = I_{\dot{z}1} * R_1 + I_{\dot{z}1} * R_2$$

$$I_{\dot{z}2} * R_3 = I_{\dot{z}1} * (R_1 + R_2)$$

A to już prost droga do wyznaczenia wartości prądu $I_{\dot{z}2}$:

$$I_{\dot{z}2} * R_3 = I_{\dot{z}1} * (R_1 + R_2) \quad / R_3$$

$$I_{\dot{z}2} = \frac{I_{\dot{z}1} * (R_1 + R_2)}{R_3}$$

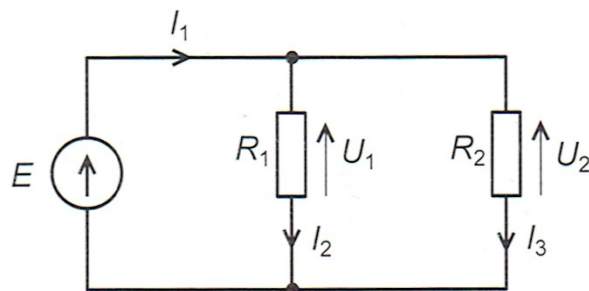
Mając wyliczone wartości prądów I_{E1} i $I_{\dot{z}2}$ możemy wyznaczyć wartości prądów płynących w pierwotnym, czyli głównym, obwodzie zgodnie z zasadą, że są one sumą algebraiczną prądów składowych:

$$I_1 = I_{E1} + I_{\dot{z}1}$$

$$I_2 = I_{E1} + I_{\dot{z}2}$$

Zadanie domowe

1. Oblicz za pomocą praw Kirchhoffa prądy płynące w obwodzie przedstawionym na poniższym schemacie wiedząc, że: $E_1 = 10 \text{ V}$, $R_1 = 5 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$.



2. Oblicz zgodnie z metodą superpozycji prądy płynące w obwodzie przedstawionym na schemacie poniżej wiedząc, że: $E_1 = 5 \text{ V}$, $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $R_3 = 3\Omega$, $I_z = 20 \text{ mA}$.

